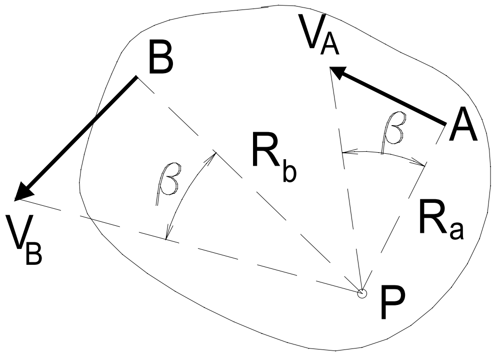
Maschinendynamik - Formelsammlung

Kinematik der Scheibe

Allgemeine ebene Bewegung einer starren Scheibe



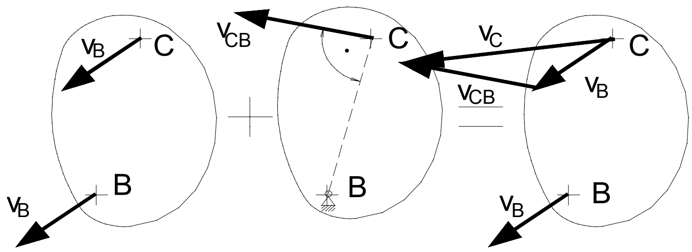
Für den Geschwindigkeitszustand verhält sich die Scheibe so, als ob sie sich augenblicklich um den Momentanpol **P** dreht.

$$\upsilon_A = \omega R_a , \qquad \upsilon_B = \omega R_b$$

Der Vektor der Geschwindigkeit steht senkrecht auf dem Radius. Die Beträge der Geschwindigkeiten zweier Punkte verhalten sich wie ihre Abstände vom Momentanpol, und ***tan*** β ist ein Maß für die Winkelgeschwindigkeit ω der Scheibe (Winkelmethode).

1.Satz von Euler

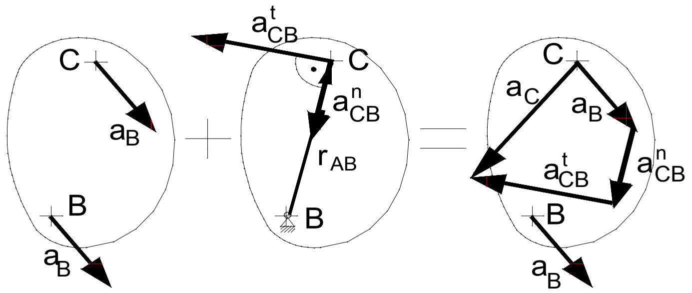
Jede Bewegung einer starren Scheibe in der Ebene läßt sich zusammensetzen aus einer Translationsbewegung (in **x**- und **y**-Richtung) eines Punktes **B** der Scheibe und einer Rotation der Scheibe um den Punkt **B**.



Geschwindigkeiten:

$\vec{\upsilon}_C = \vec{\upsilon}_B + \vec{\upsilon}_{CB}$

$\upsilon_{CB} = \omega\, \overline{CB}$: Geschwindigkeit des Punktes C durch seine Rotation um den Punkt $\overline{B}$



Translation + Rotation = Allgemeine Bewegung

Beschleunigungen

$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^n_{CB} + \vec{a}^t_{CB}$

$\vec{a}^n_{CB} = \omega^2\, \overline{CB}$: Normalbeschleunigung des Punktes $\overline{C}$ durch seine Rotation um den Punkt $\overline{B}$

$\vec{a}^t_{CB} = \alpha\, \overline{CB}$: Tangentialbeschleunigung des Punktes C durch seine Rotation um den Punkt $\overline{B}$

Wenn der Punkt C an einer Kreisbewegung teilnimmt, dann $\vec{a}^n_C + \vec{a}^t_C = \vec{a}_B + \vec{a}^n_{CB} + \vec{a}^t_{CB}$

2.Satz von Euler

Wenn ein Körper an einer relativen Bewegung teilnimmt, dann werden seine Geschwindigkeit und Beschleunigung nach dem 2.Satz von Euler bestimmt:

- **Geschwindigkeit:**

$$\vec{\upsilon}_C = \vec{\upsilon}_F + \vec{\upsilon}_{rel}$$

$\vec{\upsilon}_F$ – Geschwindigkeit des Führungspunktes (Führungsgeschwindigkeit)

$\vec{\upsilon}_{rel}$ – Relativgeschwindigkeit des Punktes $\overline{C}$

- **Beschleuniging:**

$$\vec{a}_{Cabs} = \vec{a}^{\,t}_{CF} + \vec{a}^{\,n}_{CF} + \vec{a}_{Cor} + \vec{a}_{rel}$$

$a^t_{CF} = \alpha_F * \overline{BC}$ – Tangentialbeschleunigung des Punktes $\overline{C}$ bei Führungsbewegung

$a^n_{CF} = \omega^2_F * \overline{BC}$ – Normalbeschleunigung des Punktes $\overline{C}$ bei Führungsbewegung

$\vec{a}_{Cor} = 2 * \vec{\omega}_F \times \vec{\upsilon}_{rel}$ – Coriolisbeschleunigung

$\vec{a}_{rel}$ – Relativbeschleunigung

Der Betrag der Coriolisbeschleunigung bei ebener Bewegung: $a_{cor} = 2\ \omega_F\ \upsilon_{rel}$.

Die Richtung dieser Beschleunigung findet man, indem der Vektor der Relativgeschwindigkeit υ_{rel} um 90° im Drehsinn von ω_F gedreht wird.

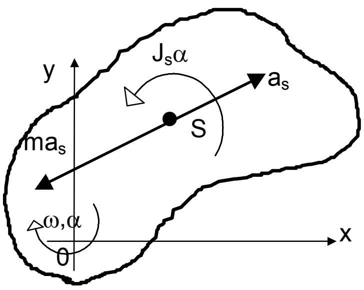
Die Coriolisbeschleunigung existiert nur dann, wenn die Führungsbewegung eine Drehbewegung ist und die Relativgeschwindigkeit nicht Null ist.

Kinetik des Körpers

Schwerpunktsatz: Der Schwerpunkt eines Körpers bewegt sich so, als ob die Gesamtmasse des Körpers in ihm vereinigt wäre und die Resultierende der äußeren Kräfte an ihm angreifen würde:

$$m\vec{a}_s = \sum \vec{F}_i$$

Die ebene Bewegung eines Körpers wird mit Hilfe des Schwerpunktsatzes und Grundgesetzes für die Drehbewegung um den Schwerpunkt beschrieben:



$$\sum F_{ix} + m(-\ddot{x}_s) = 0$$
$$\sum F_{iy} + m(-\ddot{y}_s) = 0$$
$$\sum M_s + J_s(-\alpha) = 0$$

Kinematik der Relativbewegung

$$\sum \vec{F}_i + m(-\vec{a}_F) + m(-\vec{a}_{rel}) + m(-\vec{a}_{Cor}) = 0$$

Energieerhaltungssatz

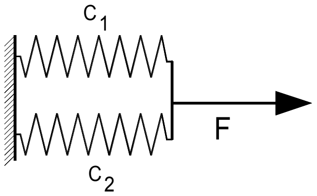
$$E_p^{(1)} + E_k^{(1)} = E_p^{(2)} + E_k^{(2)} + W_{1,2}$$

$W_{1,2}$ – Arbeit der Kräfte ohne Potential (z.B. Reibungsarbeit)
E_p – potentielle Energie (z.B. potentielle Energie der Lage und der Feder)
E_k – kinetische Energie. Sie besteht bei ebener Bewegung aus zwei Teilen:

$$E_k = \frac{m\upsilon_s^2}{2} + J_s\frac{\omega^2}{2}$$

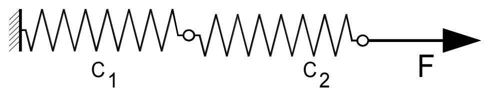
Federschaltungen

Parallel geschaltete Federn:



$c_{ges} = c_1 + c_2$

In Reihe geschaltete Federn:



$$\frac{1}{c_{ges}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \text{ bzw. } c_{ges} = \frac{c_1 * c_2}{c_1 + c_2}$$