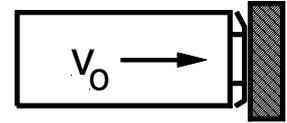


4. Kinetik des Massenpunktes

4.1 Prinzip von D`Alambert

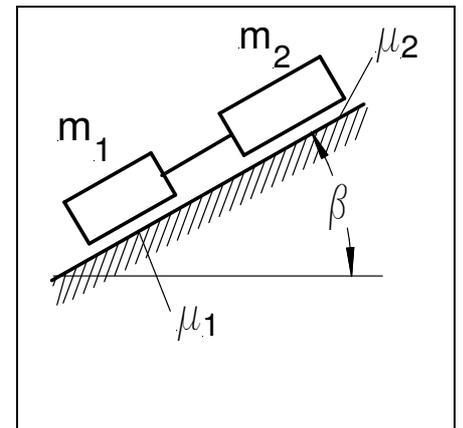
Aufgabe 4.1: Ein PKW fährt auf ein starres Hindernis zu. Es gelingt dem Fahrer vor dem Aufprall, seine Geschwindigkeit auf v_0 zu reduzieren. Während der Aufprallphase wird die Knautschzone des Fahrzeuges um Δl zusammengedrückt.



- 1.) Berechnen Sie unter der Annahme einer konstanten Verzögerung während des Aufpralls die Bremsverzögerung a und die Zeitdauer Δt bis das Fahrzeug zum Stillstand kommt.
- 2.) Welche Kraft müsste der Fahrer (Masse m) aufbringen, um sich im Sitz zu halten?

Gegeben: $v_0 = 20 \text{ m/s}$; $\Delta l = 1 \text{ m}$; $m = 75 \text{ kg}$.

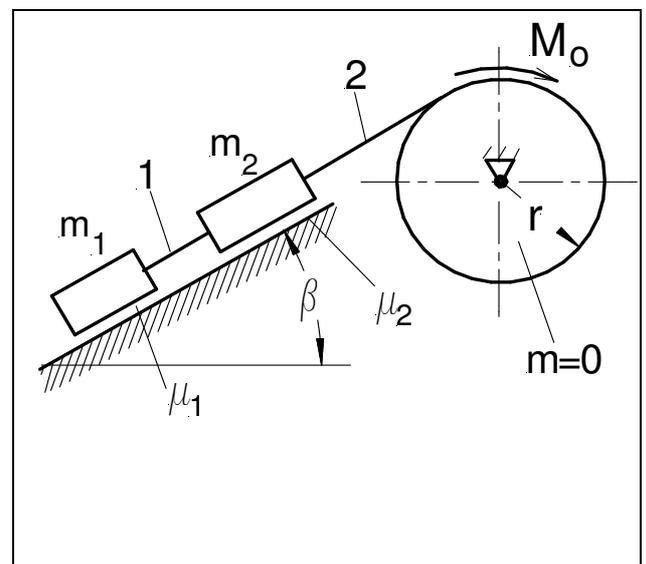
Aufgabe 4.2: Zwei Körper (Massen m_1 und m_2) sind miteinander durch eine starre masselose Stange verbunden und rutschen aus der Ruhelage auf einer schiefen Ebene (Neigungswinkel β) abwärts. Zwischen dem Körper 2 und der Unterlage existiert die Reibung (Gleitreibungszahl μ). Man berechne:



- Die Bahnbeschleunigung der beiden Körper
- Die Kraft in der zur schiefen Ebene parallelen Stange
- Den Weg, den die beiden Körper in der Zeit t_1 zurückgelegt haben.

Gegeben: $m_1 = 100 \text{ kg}$; $m_2 = 50 \text{ kg}$; $\beta = 30^\circ$; $t_1 = 5 \text{ s}$; $\mu_1 = 0,1$; $\mu_2 = 0,2$;

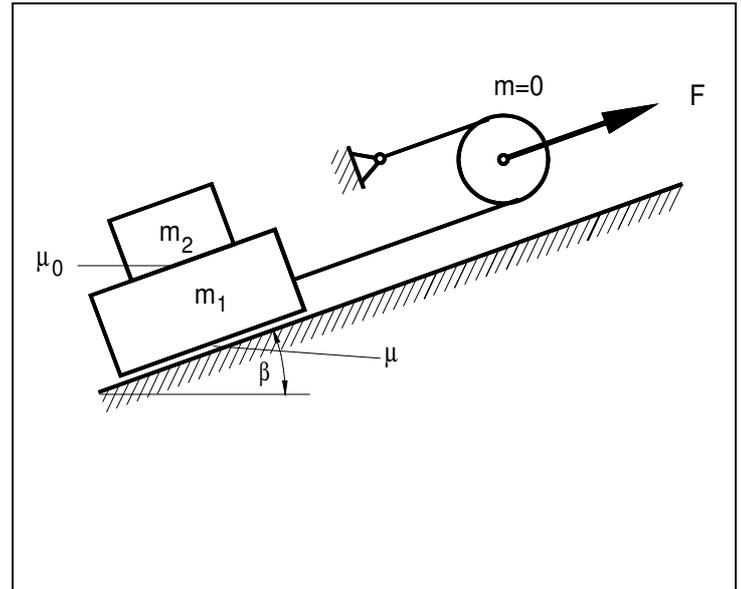
Aufgabe 4.3: Zwei Körper (Massen m_1 und m_2), die über eine masselose Stange **1** miteinander verbunden sind, sind an einem Seil **2** befestigt. Das Seil ist auf einer masselosen Kreisscheibe aufgewickelt. Durch die Drehbewegung der Kreisscheibe, auf die ein Drehmoment M_0 ausgeübt wird, werden die beiden Körper eine schiefen Ebene (Neigungswinkel β) hinaufgezogen. Zwischen jedem Körper und der Unterlage existiert die Reibung (Gleitreibungszahlen μ_1 und μ_2). Man berechne:



- Die Bahnbeschleunigung der beiden Körper
- Die Kraft in der zur schiefen Ebene parallelen Stange **1**
- Die Kraft im Seil **2**.

Gegeben: $m_1 = 20 \text{ kg}$; $m_2 = 10 \text{ kg}$; $\beta = 30^\circ$; $\mu_1 = 0,1$; $\mu_2 = 0,15$; $r = 0,2 \text{ m}$; $M_0 = 40 \text{ Nm}$.

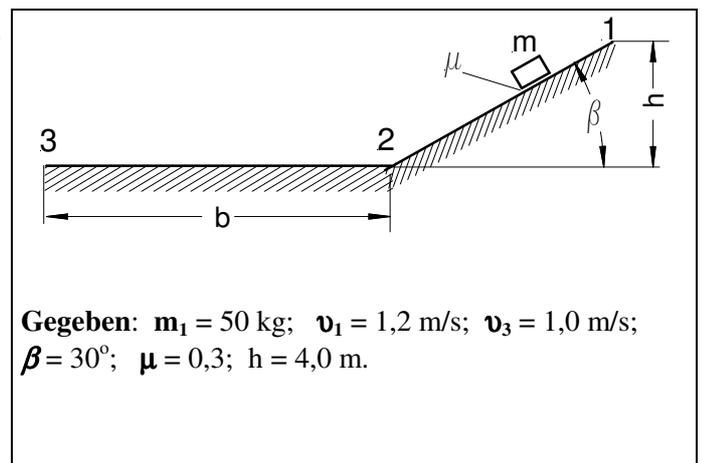
Aufgabe 4.4: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus den aufeinander liegenden Massen m_1 und m_2 , einer masselosen Umlenkrolle und einem masselosen Seil. Die Masse m_2 wird durch Reibung gehalten (Haftreibungskoeffizient μ_0). An der Masse m_1 ist ein Seil befestigt, das um die Umlenkrolle gelegt und dann an einer Wand festgemacht ist. An der Umlenkrolle wird mit der Kraft F gezogen. Die Reibung zwischen der Masse m_1 und der schiefen Ebene beträgt μ .



- Wie groß ist die Beschleunigung der Massen?
- Wie groß darf die Beschleunigung maximal sein, ohne dass die Masse m_2 herunterfällt?

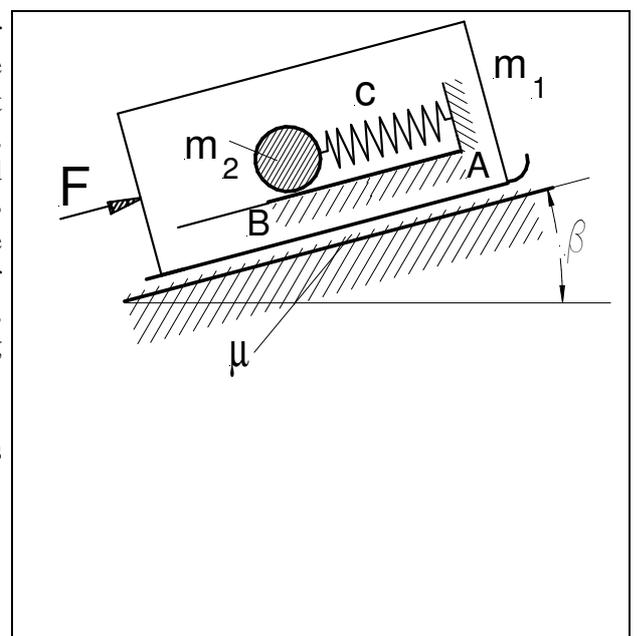
Gegeben: $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $F = 120 \text{ N}$, $\beta = 30^\circ$, $\mu_0 = 0.7$, $\mu = 0.1$

Aufgabe 4.5: Die skizzierte Förderanlage für Pakete soll so ausgelegt werden, dass das Paket der Masse m mit einer Geschwindigkeit v_3 den Auslauf der Rutsche verlässt. Die Anfangsgeschwindigkeit des Paketes am Kopf der Rutsche ist v_1 . Die Gleitreibungszahl zwischen Paket und Rutsche beträgt μ und gilt für die Strecke von 1 bis 3. Man berechne:



- Die Bahnbeschleunigung des Paketes auf der Strecke 1-2.
- Die Geschwindigkeit des Paketes im Punkt 2.
- Die Verzögerung des Paketes im Auslauf 2-3.
- Die Länge b des Auslaufes.

Aufgabe 4.6: Ein Schlitten der Masse m_1 wird von einer Antriebskraft F entlang einer geneigten Fläche (Neigungswinkel β) beschleunigt. Im Schlitten befindet sich eine Abschaltvorrichtung, die den Antrieb abschaltet, wenn die Masse m_2 unterhalb des Punktes B kommt, und wieder einschaltet, wenn die Masse m_2 auf die Strecke AB zurückkommt. So wird eine nahezu konstante Beschleunigung des Schlittens erreicht. Zwischen der Masse m_2 und dem Schlitten existiert keine Reibung, zwischen dem Schlitten und der Unterlage die Gleitreibung mit der Gleitreibungszahl μ . Ermitteln Sie:



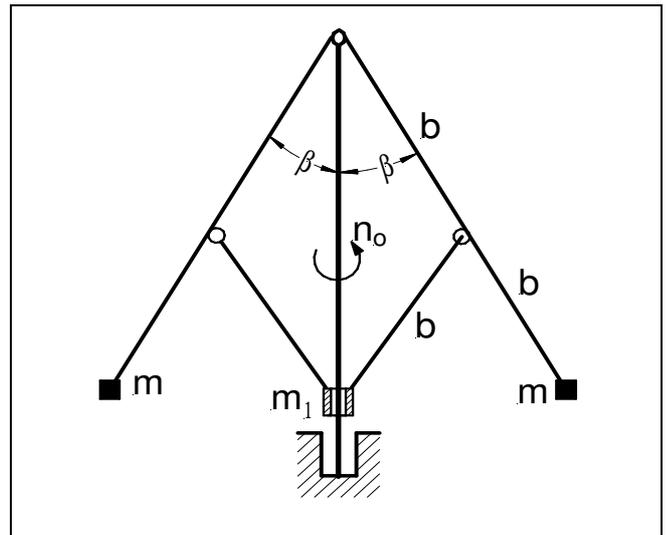
- Beschleunigung des Schlittens, wenn bekannt ist, dass die entspannte Feder die Länge L hat.
- die entsprechende Antriebskraft F .

Gegeben: $m_1 = 1500 \text{ kg}$; $m_2 = 5 \text{ kg}$; $\beta = 10^\circ$;
 $\mu = 0,1$; $L = 0,50 \text{ m}$; $AB = 0,62 \text{ m}$; $c = 200 \text{ N/m}$.

Aufgabe 4.7: Der nebenstehend gezeichnete Fliehkraft-Drehzahlregler dreht sich um die vertikale Achse mit einer konstanten Drehzahl n_0 . Es hat sich dabei der Winkel β eingestellt.

Bestimmen Sie die Drehzahl n_0 des Reglers.

Gegeben: $m = 1 \text{ kg}$; $m_1 = 10 \text{ kg}$; $b = 0,1 \text{ m}$; $\beta = 30^\circ$

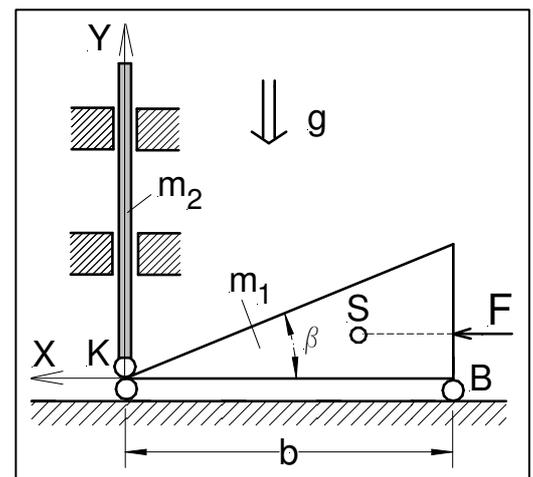


Aufgabe 4.8: In der gezeichneten Ruhelage berührt der Kontaktpunkt „K“ eines Stößels (Masse m_2) den Anfang eines Keils (Masse m_1). Die Kraft F wird zum Zeitpunkt $t = 0$ auf der Höhe des Schwerpunktes S des Keils eingeleitet und beschleunigt den Keil mit der Beschleunigung a_1 in X -Richtung. Dabei wird der Stößel mit der Beschleunigung a_2 angehoben. Die Bewegungen erfolgen reibungsfrei.

Berechnen Sie:

- Die Beschleunigung a_1 des Keils und a_2 des Stößels
- Die Auflagerkraft am Rad B zum Zeitpunkt t_1 .

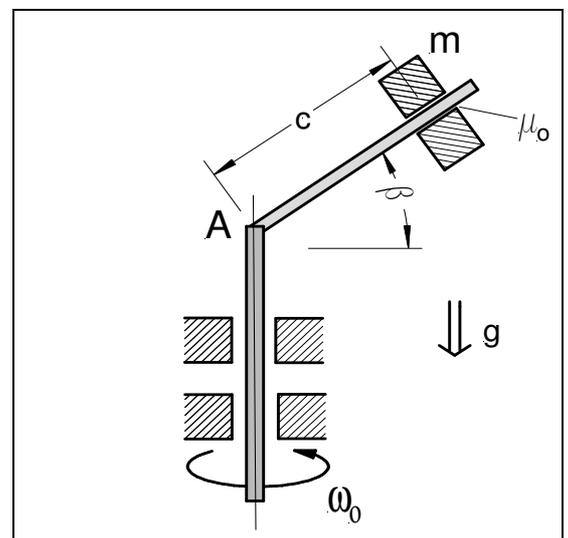
Gegeben: $m_1 = 2,0 \text{ kg}$; $m_2 = 1,5 \text{ kg}$; $F = 10 \text{ N}$; $\beta = 20^\circ$;
 $b = 3,0 \text{ m}$; $t_1 = 1,0 \text{ s}$.



Aufgabe 4.9: Auf einem abgewinkelten Balken, der sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 um die vertikale Achse dreht, sitzt ein Gleitstein der Masse m . Zwischen dem Gleitstein und dem Winkelbalken herrscht Reibung (Reibungskoeffizient μ_0).

Ab welchem Wert c tritt die Bewegung des Gleitsteines auf?

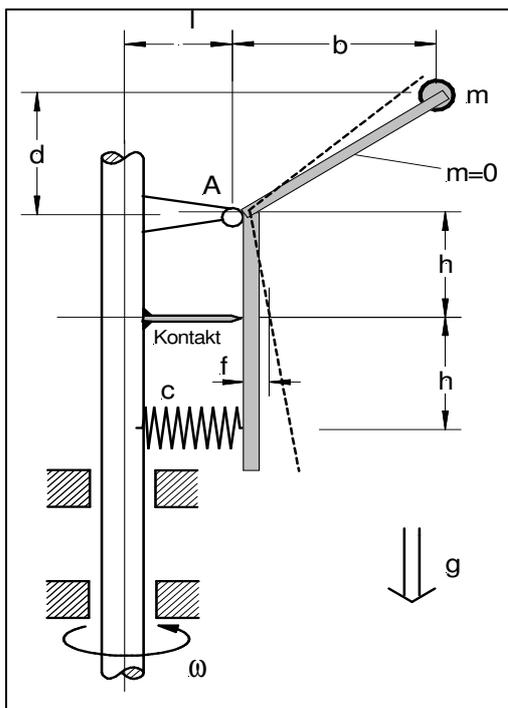
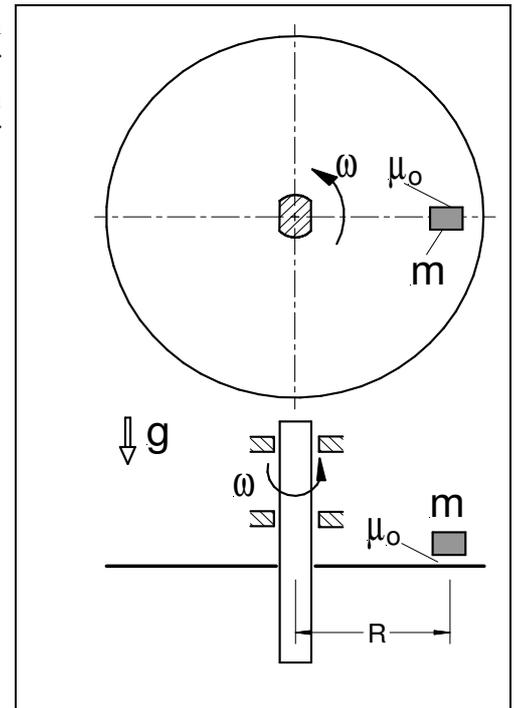
Gegeben: $\beta = 50^\circ$; $\mu_0 = 0,2$; $\omega_0 = 3 \text{ s}^{-1}$



Aufgabe 4.10. Die Punktmasse m befindet sich im Abstand R von der vertikalen Drehachse eines ebenen Drehtellers. Der Drehteller wird aus der Ruhelage beschleunigt und erreicht zum Zeitpunkt t_1 die Drehzahl n_1 . Zwischen der Punktmasse und dem Drehteller herrscht Reibung (Reibungskoeffizient μ_0).

- Zu welchem Zeitpunkt beginnt die Punktmasse zu rutschen?
- Welche Drehzahl hat der Drehteller in diesem Augenblick?

Gegeben: $R = 20 \text{ cm}$; $t_1 = 5 \text{ s}$; $n_1 = 60 \text{ }^1/\text{min}$; $\mu_0 = 0,4$



Aufgabe 4.11: Der nebenstehend gezeichnete Fliehkraftregler besteht aus einer senkrechten Welle, mit der ein abgewinkelter Stab gelenkig verbunden ist. An einem Ende des Stabs ist die Masse m befestigt. Der Stab selbst kann als masselos betrachtet werden. Bei ruhendem System ($\omega=0$) ist der Kontakt um f geöffnet (gestrichelte Lage) und die Feder ist nur durch das Gewicht der Masse m gespannt. Wird das System auf Drehzahl n_1 gebracht, schließt sich der Kontakt (dick dargestellte Lage). Die Winkeländerung des Stabs ist sehr klein!

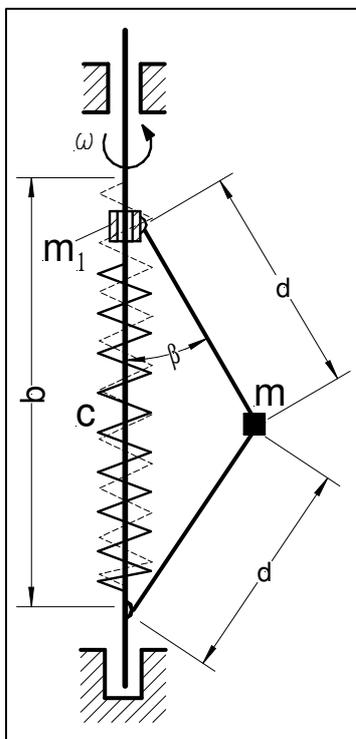
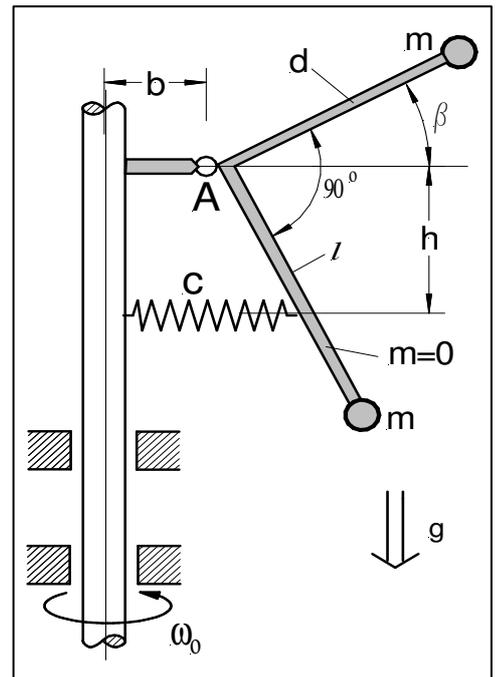
- Wie groß muss die Drehzahl n_1 wenigstens sein, damit sich der Kontakt schließt?
- Wie groß ist in diesem Fall die Lagerkraft im Lager A?

Gegeben: $b=0,6\text{m}$; $d=0,3\text{m}$; $h=0,2\text{m}$; $f=0,01\text{m}$; $l=0,1\text{m}$;
 $m=0,5\text{kg}$; $c=10\text{kN/m}$

Aufgabe 4.12: Die nebenstehend gezeichnete Anordnung dreht sich um die vertikale Achse mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 . Die Anordnung besteht aus einer senkrechten Welle, mit der im Abstand b ein abgewinkelter Balken gelenkig verbunden ist. Der abgewinkelte Balken besteht aus 2 Stäben der Länge d bzw. l , die zusammengeschweißt sind. An beiden Enden des Balkens sind zwei gleiche Massen m befestigt. Der Balken selbst kann als masselos betrachtet werden.

- Wie groß muss die Winkelgeschwindigkeit ω_0 sein, damit sich der Winkel β einstellt? Es ist bekannt, dass die Feder momentan um den Betrag f zusammengedrückt ist.
- Wie groß ist die Auflagerkraft im Lager A?

Gegeben: $b = 0,2 \text{ m}$; $d = 0,3 \text{ m}$; $l = 0,4 \text{ m}$; $h = 0,2 \text{ m}$; $f = 0,02 \text{ m}$; $m = 0,5 \text{ kg}$; $c = 100 \text{ N/m}$; $\beta = 30^\circ$.



Aufgabe 4.13: Das nebenstehend gezeichnete System rotiert mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die vertikale Achse. Die beiden masselosen Stäbe sind gelenkig mit der Drehachse und den Punktmassen verbunden, so dass sich die Masse m_1 entlang der Drehachse bewegen kann. Infolge der Flieh- und Gewichtskräfte stellt sich ein Winkel β ein, die Feder wird zusammengedrückt. Die Länge der entspannten Feder (Federkonstante c) beträgt b .

Wie groß muss die Winkelgeschwindigkeit ω sein, damit der Winkel β genau 30° beträgt?

Gegeben: $m=8\text{kg}$; $m_1=3\text{kg}$; $b=1,3\text{m}$; $d=0,7\text{m}$; $\beta=30^\circ$; $c=3500\text{N/m}$

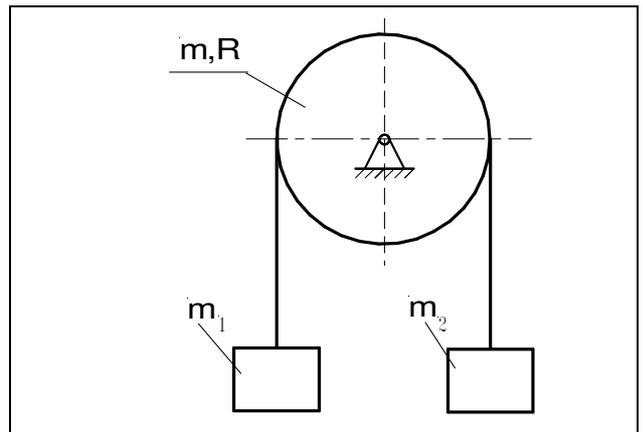
Aufgabe	Ergebnisse
4.1	$\Delta t = 0,1 \text{ s}$; $a_0 = 200 \text{ m/s}^2$; $F = 15 \text{ kN}$
4.2	$a = 3,77 \text{ m/s}^2$; $F = 28,32 \text{ N}$; $S(t_1) = 47,15 \text{ m}$
4.3	$a = 0,77 \text{ m/s}^2$; $F_1 = 130,5 \text{ N}$; $F_2 = 200,0 \text{ N}$;
4.4	$a = 0,2455 \text{ m/s}^2$; $a_{\max} = 1,042 \text{ m/s}^2$;
4.5	$a_1 = 2,356 \text{ m/s}^2$; $v_2 = 6,25 \text{ m/s}$; $a_2 = -2,943 \text{ m/s}^2$; $b = 6,467 \text{ m}$
4.6	$a = 3,1 \text{ m/s}^2$; $F_A = 8682,5 \text{ N}$
4.7	$n_0 = 176 \text{ min}^{-1}$
4.8	$a_1 = 2,112 \text{ m/s}^2$; $a_2 = 0,769 \text{ m/s}^2$; $F_B = 18,7 \text{ N}$
4.9	$c = 3,1 \text{ m}$
4.10	$t = 3,523 \text{ s}$; $n = 42,28 \text{ min}^{-1}$
4.11	$n = 263,7 \text{ min}^{-1}$; $F_{AX} = -474,02 \text{ N}$; $F_{AY} = 4,9 \text{ N}$
4.12	$\omega_0 = 7,3 \text{ s}^{-1}$; $F_{AX} = -24,91 \text{ N}$; $F_{AY} = 9,81 \text{ N}$
4.13	$\omega_0 = 9,9 \text{ s}^{-1}$;

5. Drehbewegung eines starren Körpers um eine feste Achse

Aufgabe 5.1: Eine Kreisscheibe (Masse m , Radius R) ist wie skizziert von einem Seil umschlungen, an dessen Enden die Massen m_1 und m_2 hängen.

Welche Beschleunigung stellt sich ein, wenn das System sich selbst überlassen wird?

Gegeben: $m_1 = 200 \text{ kg}$; $m_2 = m = 100 \text{ kg}$; $R = 0,4 \text{ m}$.



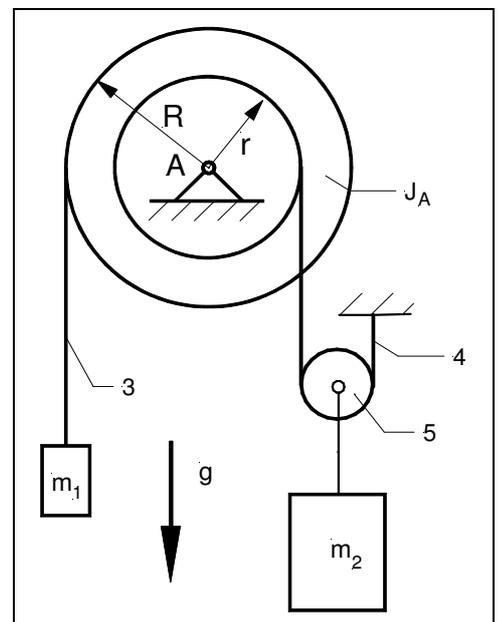
Aufgabe 5.2: Über die Walze mit dem Massenträgheitsmoment J_A sind biegeweiche, undeformable Seile 3 und 4 geschlungen. An den Seilen sind wie skizziert die Massen m_1 und m_2 befestigt. Die Seilmassen selbst sind als vernachlässigbar klein anzusehen. Die masselose Scheibe 5 dient als Umlenkrolle.

Gesucht:

1. Winkelbeschleunigung der Walze
2. Seilkräfte in den Seilen 3 und 4.

Gegeben:

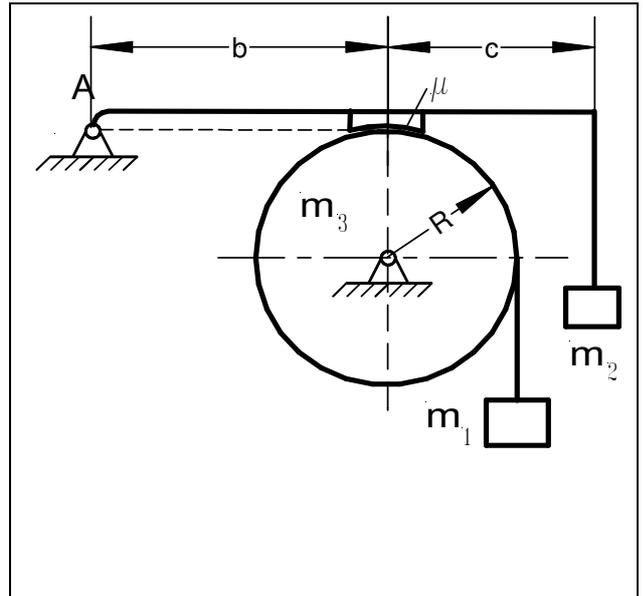
$J_A = 0,08 \text{ kgm}^2$; $m_1 = 100 \text{ kg}$; $m_2 = 400 \text{ kg}$; $R = 0,3 \text{ m}$; $r = 0,1 \text{ m}$



Aufgabe 5.3: Über eine Kreisscheibe (Masse m_3 , Radius R) ist wie skizziert ein Seil geschlungen, am dessen Ende die Masse m_1 hängt. Sie versetzt die Kreisscheibe aus der Ruhelage in Drehbewegung. An die Kreisscheibe wird durch die Masse m_2 eine Backenbremse angebracht, dadurch wird die Drehbewegung der Kreisscheibe abgebremst.

- Wie groß ist die Winkelbeschleunigung der Kreisscheibe?
- Zu welchem Zeitpunkt legt die Kreisscheibe 20 Umdrehungen zurück?
- Wie groß ist zu diesem Zeitpunkt ihre Winkelgeschwindigkeit?

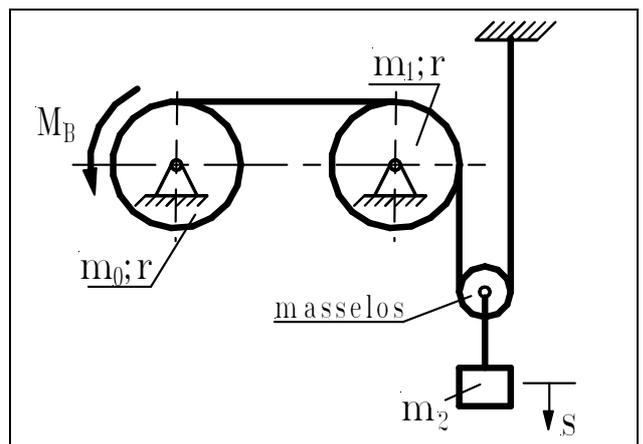
Gegeben: $m_1 = 50 \text{ kg}$; $m_2 = 10 \text{ kg}$; $m_3 = 10 \text{ kg}$; $\mu = 0,35$; $b = 0,2 \text{ m}$; $c = 0,75 \text{ m}$; $R = 0,15 \text{ m}$; $\varphi = 20 \text{ U}$.



Aufgabe 5.4: Mit der skizzierten Hebevorrichtung soll die Masse m_2 aus der Ruhelage abgesenkt werden. Die Kreisscheiben sind reibungsfrei gelagert.

1. Wie groß muss das Bremsmoment M_B sein, damit die Masse m_2 mit der konstanten Beschleunigung a_2 absenkt wird?
2. Wie lange dauert es, bis die Masse m_2 die Strecke S_2 zurückgelegt hat?

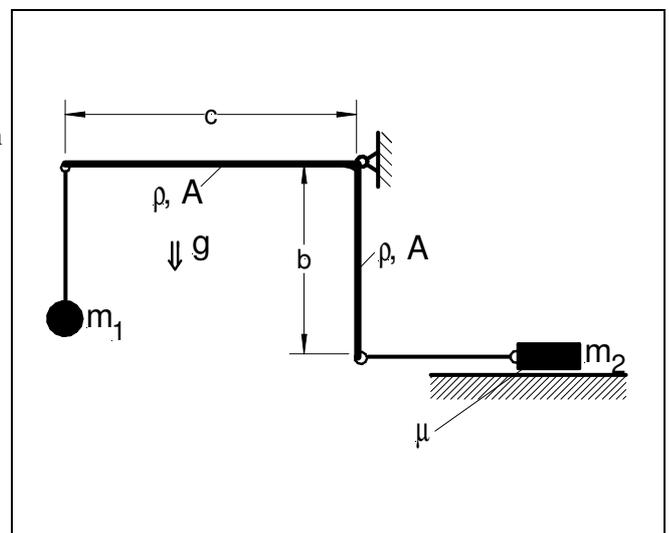
Gegeben: $m_0 = 100 \text{ kg}$; $m_1 = 20 \text{ kg}$; $m_2 = 500 \text{ kg}$; $r = 0,2 \text{ m}$; $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$; $S_2 = 2 \text{ m}$



Aufgabe 5.5: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus einem abgewinkelten massebehafteten Balken (Dichte ρ , Querschnitt A), an dem die Masse m_1 hängt und mit dem die Masse m_2 über einen horizontalen masselosen Stab verbunden ist. Die Masse m_1 versetzt das System in Bewegung, dabei rutscht die Masse m_2 auf einer horizontalen Ebene. Zwischen m_2 und der Ebene herrscht Reibung (Reibungskoeffizient μ).

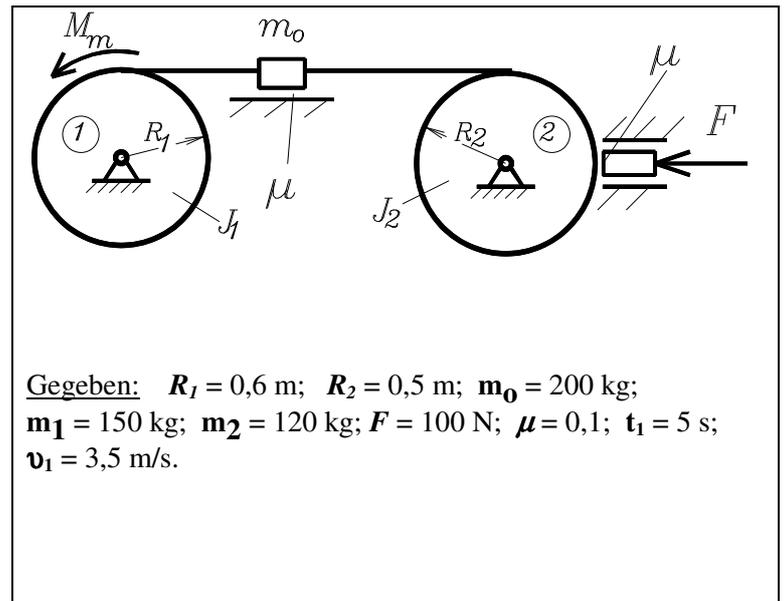
Bestimmen Sie in der dargestellten Lage die Beschleunigung a_2 der Masse m_2

Gegeben: $m_1 = 10 \text{ kg}$, $m_2 = 6 \text{ kg}$, $b = 0,4 \text{ m}$, $c = 0,6 \text{ m}$, $\mu = 0,2$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $A = 0,0025 \text{ m}^2$

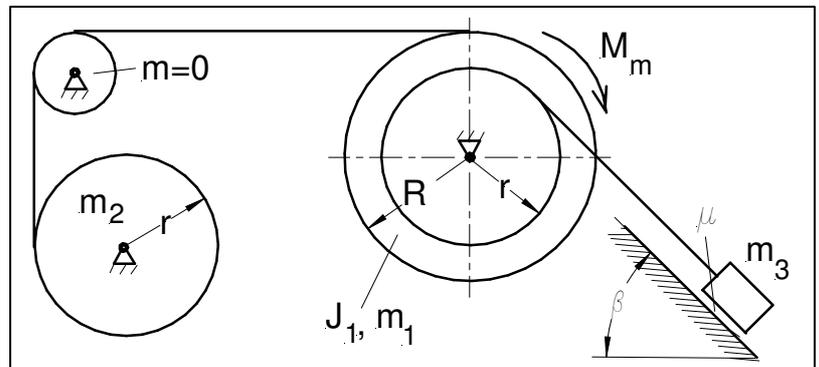


Aufgabe 5.6: Das skizzierte Fahrtrieb, bestehend aus zwei Kreisscheiben und einer Punktmasse m_o , wird durch das Antriebsmoment M_m aus der Ruhelage heraus beschleunigt und teilt der Punktmasse m_o zum Zeitpunkt t_1 die Geschwindigkeit v_1 mit. Die Bewegung des Systems wird durch die Reibung an zwei Stellen beeinflusst, die Gleitreibungszahl an beiden Stellen beträgt μ .
Berechnen Sie:

- Die Beschleunigung a_o der Punktmasse.
- Die maximale Seilkraft
- Das Antriebsmoment M_m
- Die Arbeit der Reibungskräfte bis zum Zeitpunkt t_1



Aufgabe 5.7: Eine Walze (Masse m_1 , Massenträgheitsmoment J_1) ist drehbar gelagert und über ein Seil mit der Masse m_3 verbunden. Durch ein anderes Seil ist die Walze über eine masselose Umlenkrolle mit einer Kreisscheibe (Masse m_2) verbunden. Beim Loslassen der Masse m_3 werden die Walze und die Scheibe aus der Ruhelage in Drehbewegung versetzt. Diese Bewegung wird von einem Moment M_m unterstützt.



Es wird die Winkelbeschleunigung α_1 der Walze unter Beachtung der Reibung zwischen der Masse m_3 und der Unterlage gesucht.

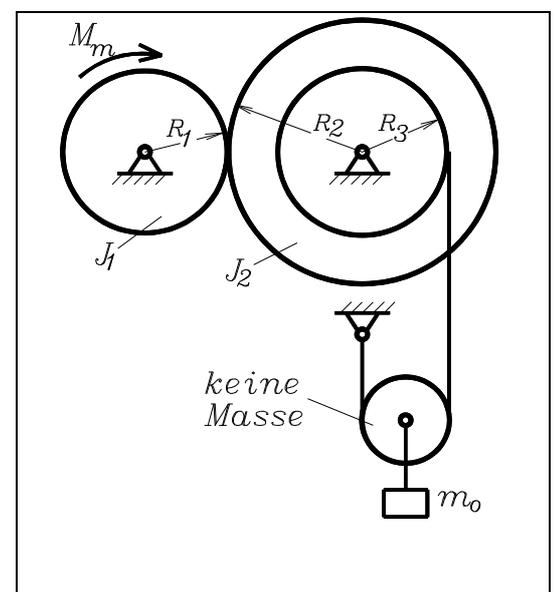
Gegeben:

$R = 0,6 \text{ m}$; $r = 0,4 \text{ m}$; $M_m = 100 \text{ Nm}$; $m_2 = 20 \text{ kg}$; $m_3 = 50 \text{ kg}$; $J_1 = 8 \text{ kgm}^2$; $\beta = 60^\circ$; $\mu = 0,3$.

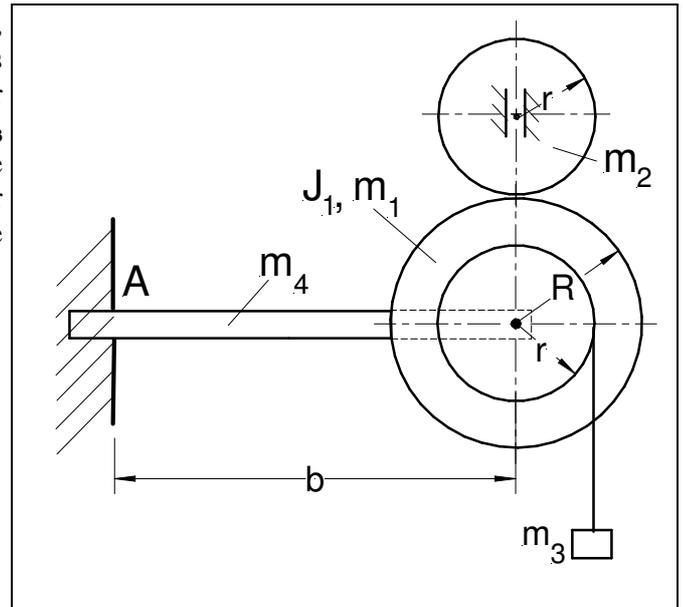
Aufgabe 5.8: Die Seiltrommel (Radius R_3) eines Hubwerkes wird von einem Elektromotor über ein Stirnradpaar angetrieben. Das Massenträgheitsmoment aller Massen auf der Antriebswelle beträgt J_1 , das der Abtriebswelle - J_2 . Die Umlenkrolle wird als masselos angesehen. Das Hubwerk wird aus der Ruhelage mit dem konstanten Drehmoment M_m auf die Enddrehzahl n_o beschleunigt, anschließend wird die Last m_o weiter bei konstanter Drehzahl gehoben.

- Wie groß ist die Winkelbeschleunigung α_1 der Antriebswelle, wenn der Motor nach N Umdrehungen seine Enddrehzahl n_o erreicht?
- Welches Antriebsmoment M_m ist für den Anfahrvorgang erforderlich?
- Die maximale Motorleistung beim Erreichen der Enddrehzahl?

Gegeben: $n_o = 200 \text{ U/min}$; $R_1 = 0,05 \text{ m}$; $R_2 = 0,3 \text{ m}$;
 $R_3 = 0,2 \text{ m}$; $m_o = 500 \text{ kg}$; $N = 2$; $J_1 = 0,5 \text{ kgm}^2$; $J_2 = 3 \text{ kgm}^2$



Aufgabe 5.9: Eine Walze (Masse m_1 , Massenträgheitsmoment J_1) ist am Ende eines Balkens (Masse m_4) drehbar gelagert und über ein Seil mit der Masse m_3 verbunden. Beim Loslassen der Masse m_3 wird die Walze in die Drehbewegung versetzt. Durch die ausreichende Haftreibung zwischen der Walze und der Kreisscheibe 2 (Masse m_2 , Radius r) wird die letzte auch mitbeschleunigt.

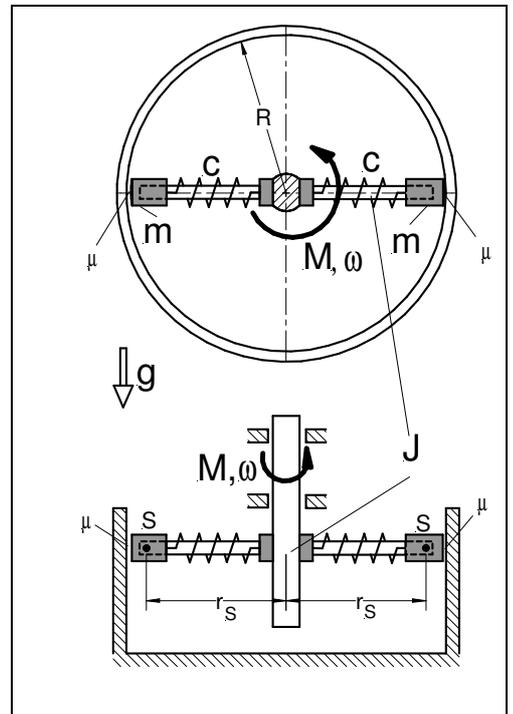


Berechnen Sie:

- a) die Beschleunigung a_3 der Masse m_3 .
- b) die Auflagerkräfte an der Stelle A.

Gegeben: $R = 0,6 \text{ m}$; $r = 0,3 \text{ m}$; $m_1 = 20 \text{ kg}$;
 $m_2 = 6 \text{ kg}$; $m_3 = 10 \text{ kg}$; $m_4 = 8 \text{ kg}$; $J_1 = 0,8 \text{ kgm}^2$;
 $b = 1,0 \text{ m}$.

Aufgabe 5.10: In einem fest eingespannten Zylinder (Innenradius R) dreht sich eine Fliehkraftbremse (Massenträgheitsmoment J einschließlich der Massen m). Die Massen m können sich entlang der Führungsstangen reibungsfrei bewegen. In der gezeichneten Lage, d.h. wenn die Massen m die Zylinderwand berühren, sind die Federn (Federsteifigkeit c) um die Länge f gespannt, der Schwerpunkt der Massen m rotiert auf einem Radius r_s . Zwischen der Zylinderwand und den Massen m herrscht Reibung (Reibungskoeffizient μ). Die Fliehkraftbremse wird nun von der Drehzahl n_0 in der Zeit t_1 auf die Drehzahl n_1 beschleunigt.



- a) Wie groß ist die Winkelbeschleunigung α der Fliehkraftbremse.
- b) Welches Antriebsmoment M ist bei der Drehzahl n_1 notwendig, um die Trägheit und die Reibungskräfte zu überwinden?

Gegeben: $m = 3 \text{ kg}$; $J = 4 \text{ kg m}^2$; $c = 80\,000 \text{ N/m}$;
 $f = 0,03\text{m}$; $r_s = 0,09 \text{ m}$; $R = 0,1 \text{ m}$; $n_0 = 955 \text{ 1/min}$;
 $n_1 = 2865 \text{ 1/min}$; $t_1 = 2 \text{ s}$; $\mu = 0,2$

Aufgabe	Ergebnisse
5.1	$a_0 = 2,8 \text{ m/s}^2$
5.2	$\alpha = 9,73 \text{ s}^{-2}$; $F_3 = 689,1 \text{ N}$; $F_4 = 2059,3 \text{ N}$
5.3	$\alpha = 39,7 \text{ s}^{-2}$; $t = 2,5 \text{ s}$; $\omega = 99,2 \text{ s}^{-1}$
5.4	$M_B = 416,5 \text{ Nm}$; $t = 2 \text{ s}$
5.5	$a_2 = 5,55 \text{ m/s}^2$
5.6	$a_0 = 0,7 \text{ m/s}^2$; $F_{\max} = 388,2 \text{ N}$; $M_m = 264,42 \text{ Nm}$; $W = 1804,25 \text{ Js}$
5.7	$\alpha = 12,27 \text{ s}^{-2}$;
5.8	$\alpha = 17,45 \text{ s}^{-2}$; $M_m = 94,35 \text{ Nm}$; $P = 1973,7 \text{ W}$
5.9	$a_3 = 3,18 \text{ m/s}^2$; $F_{AX} = 19,06 \text{ N}$; $F_{AY} = 399,84 \text{ N}$; $M_A = 360,6 \text{ Nm}$
5.10	$\alpha = 100 \text{ s}^{-2}$; $M = 1276 \text{ Nm}$