Technische Mechanik - Formelsammlung

Kinematik des Massenpunktes

Bewegung auf vorgegebener Bahn (skalare Beschreibung):

Bahnbeschleunigung: $a_t(t) = \frac{d\upsilon}{dt} = \dot{\upsilon} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$;

Bahngeschwindigkeit: $\upsilon(t) = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$; $\upsilon(t) = \upsilon_0 + \int_{t_0}^{t} a(t) \cdot dt = \int a(t) \cdot dt + C_1$;

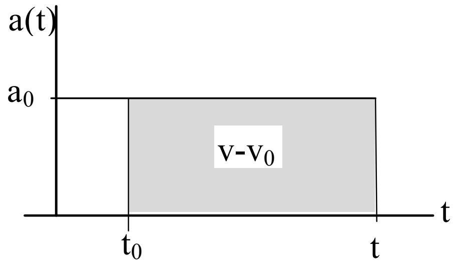
Bahnkurvenlänge (Ortskoordinate): $S(t) = S_0 + \int_{t_0}^{t} \upsilon(t) \cdot dt = \int \upsilon(t) \cdot dt + C_2$;

Gleichförmige Bewegung:

$a_t = 0$;

$\upsilon(t) = \upsilon_0 = const$;

$S(t) = S_0 + \upsilon_0 \cdot (t - t_0)$; $S_0 = S_{(t=t_0)}$

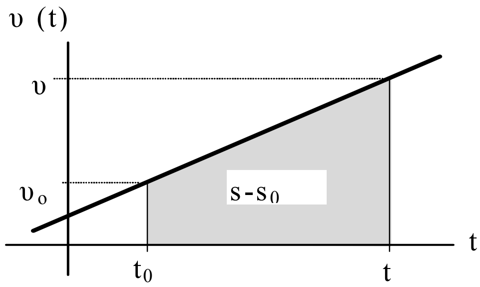


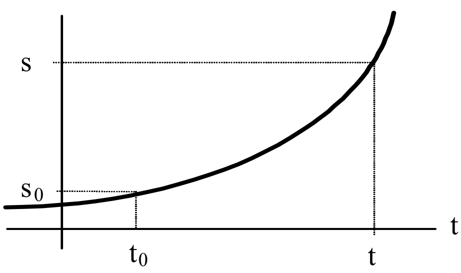
Gleichförmig beschleunigte Bewegung:

$a_t = a_0 = const$;

$\upsilon(t) = a_0 \cdot (t - t_0) + \upsilon_0$; $\upsilon_0 = \upsilon_{(t=t_0)}$

$S(t) = a_0 \cdot \frac{(t-t_0)^2}{2} + \upsilon_0 \cdot (t - t_0) + S_0$; $S_0 = S_{(t=t_0)}$





Einige wichtige Integrale

$$\int c \cdot f(t) \cdot dt = c \int f(t) \cdot dt$$

$$\int t^n \cdot dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$$

$$\int \sin(\beta \cdot t) \cdot dt = -\frac{\cos(\beta \cdot t)}{\beta}, \ldots\ldots\ldots \int \cos(\beta \cdot t) \cdot dt = \frac{\sin(\beta \cdot t)}{\beta}$$

Vektorielle Beschreibung der allgemeinen Bewegung

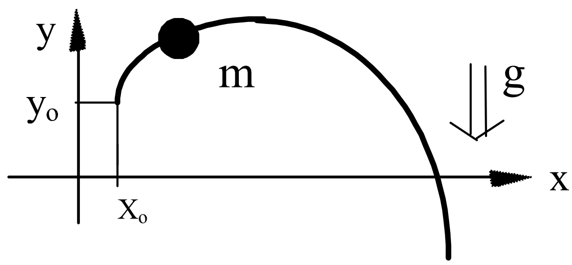
Beschleunigungs-, Geschwindigkeits-, und Ortsvektor:

$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\upsilon_x}{dt} \\ \frac{d\upsilon_y}{dt} \\ \frac{d\upsilon_z}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\upsilon}_x \\ \dot{\upsilon}_y \\ \dot{\upsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}, \quad \vec{\upsilon} = \begin{bmatrix} \upsilon_x \\ \upsilon_y \\ \upsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad \vec{r}_{(t)} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

$$|\vec{\upsilon}(t)| = \upsilon = \dot{s}, \ldots\ldots\ldots \vec{\upsilon} = \upsilon \cdot \vec{e}_t$$

$\vec{e}_t$: Einheitsvektor tangetial zur Bahnkurve

Schiefer Wurf



$$\vec{a}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

$$\vec{\upsilon}(t) = \begin{bmatrix} \upsilon_{0x} \\ -g \cdot (t - t_0) + \upsilon_{0y} \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} \upsilon_{0x} \cdot (t - t_0) + x_0 \\ -\frac{g}{2} \cdot (t - t_0)^2 + \upsilon_{0y} \cdot (t - t_0) + y_0 \end{bmatrix}$$

v_{0x} : x-Komponente der Geschw. zur Zeit $t=t_0$
v_{0y} : y-Komponente der Geschw. zur Zeit $t=t_0$

x_0: x-Komponente der Lage zur Zeit $t=t_0$
y_0: y-Komponente der Lage zur Zeit $t=t_0$

Kreisbewegung

Allgemeine ebene Kreisbewegung

Winkelbeschleunigung: $\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$

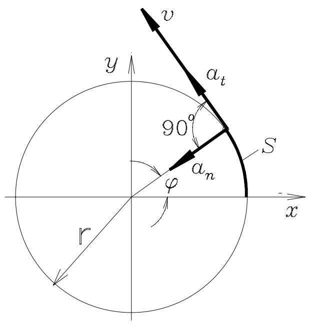
Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega(t) = \omega_0 + \int_{t_0}^{t} \alpha(t) \cdot dt = \int \alpha(t) \cdot dt + C_1 = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}\,; \quad \omega_0 = \omega_{(t=t_0)}$$

Winkel: $\varphi(t) = \varphi_0 + \int_{t_0}^{t} \omega(t) \cdot dt = \int \omega(t) \cdot dt + C_2\,; \quad \varphi_0 = \varphi_{(t=t_0)}$

Das Verhältnis zwischen Winkelgeschwindigkeit ω, Drehfrequenz **f** und der Drehzahl **n**:

$\omega\left[\frac{rad}{s}\right] = \frac{2\pi n}{60} = 2\pi f\left[\frac{1}{s}\right]$ (**n** in Umdrehungen/min, **f** in Umdrehungen/s)



Tangential-, Bahnbeschleunigung: $\left|\vec{a}_t(t)\right| = a_t(t) = r \cdot \alpha(t)$

Normalbeschleunigung: $\left|\vec{a}_n(t)\right| = a_n(t) = r \cdot \omega^2 = \frac{\upsilon^2}{r}$

Bahngeschwindigkeit: $\left|\vec{\upsilon}(t)\right| = \upsilon(t) = r \cdot \dot{\varphi} = r \cdot \omega$

Bahnkurve (Bogenlänge): $S(t) = r \cdot \varphi(t)$

Vektorielle Darstellung:

Geschwindigkeit: $\vec{\upsilon}(t) = \omega \cdot r \cdot \vec{e}_t$

Beschleunigung: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \alpha \cdot r \cdot \vec{e}_t + \omega^2 \cdot r \cdot \vec{e}_n$

Gleichförmige Kreisbewegung:

$\alpha = 0;$

$\omega(t) = \omega_0 = const$

$\varphi(t) = \omega_0 (t - t_0) + \varphi_0\,; \quad \varphi_0 = \varphi_{(t=t_0)}$

Gleichförmig beschleunigte Kreisbewegung:

$\alpha(t) = \alpha_0 = const$

$\omega(t) = \omega_0 + \alpha_0 \cdot (t - t_0)\,;\ldots\ldots\ldots\omega_0 = \omega_{(t=t_0)}$

$\varphi(t) = \alpha_0 \cdot \frac{(t - t_0)^2}{2} + \omega_0 \cdot (t - t_0) + \varphi_0\,;\ldots\ldots\ldots\ldots\varphi_0 = \varphi_{(t=t_0)}$